

# ДНІПРОВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ОЛЕСЯ ГОНЧАРА

Факультет фізики, електроніки та комп'ютерних систем

Кафедра теоретичної фізики

## ДИПЛОМНА РОБОТА за рівнем магістра

### КЛАСИЧНІ ТА КВАНТОВІ МОДЕЛІ ГРАВІТАЦІЙНОГО КОЛАПСУ У ЗАГАЛЬНІЙ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ

Виконав

\_\_\_\_\_

(підпис)

студент групи КФ-15м-1  
спеціальність 8.04020301-фізика  
Миронін Д. В.

Керівник

\_\_\_\_\_

(підпис)

д.ф.-м.н., професор Гладуш В. Д.

Рецензент

\_\_\_\_\_

(підпис)

д.ф.-м.н., професор Башев В. Ф.

**Допускається до захисту**

Зав. кафедри

\_\_\_\_\_

(підпис)

д.ф.-м.н., професор Скалозуб В. В.

Дніпро – 2017 р.

## Резюме

Вивчаються сферично-симетричні взаємодіючі конфігурації гравітаційного і електромагнітного полів та гравітаційного і колапсуючого безмасового скалярного полів. Розглянуті задачі класичного та квантового опису цих систем. У класичному підході до конфігурації першого типу одержуємо метрику Рейснера-Нордстрема. При квантовому опису цієї системи одержана хвильова функція, яка відповідає стабільним станам зарядженої чорної діри з безперервним спектром мас.

Для конфігурації другого типу розглянуто фінальний стан класичного гравітаційного колапсу скалярного поля, коли утворюється чорна діра, із скалярним полем усередині горизонту чорної діри. У квантовому підході, одержана хвильова функція системи зазнає необмежене число коливань при наближенні радіальної координати до центру. Це вказує на те, що в рамках даної моделі скалярне поле не утворює стабільних станів і зазнає необмежений гравітаційний колапс.

## Резюме

Изучаются сферически-симметричные взаимодействующие конфигурации гравитационного и электромагнитного полей, а также гравитационного и коллапсирующего безмассового скалярного полей. Рассмотрены задачи классического и квантового описания этих систем. В классическом подходе для конфигурации первого типа получаем метрику Рейснера-Нордстрема. При квантовом описании этой системы полученная волновая функция отвечает стабильным состояниям заряженной чёрной дыре с непрерывным спектром масс.

Для конфигурации второго типа рассматривается финальное состояние классического гравитационного коллапса скалярного поля, когда образуется чёрная дыра, со скалярным полем внутри горизонта чёрной дыры. В квантовом подходе, полученная волновая функция для коллапсирующего скалярного поля испытывает неограниченное число колебаний при приближении радиальной координаты к центру. Это указывает на то, что в рамках данной модели скалярное поле не образует стабильных состояний и испытывает неограниченный гравитационный коллапс.

## Resume

We study the spherically symmetric configuration of interaction gravitational and electromagnetic fields, as well as the system of gravitational and collapsing massless scalar fields. The problems of the classical and quantum descriptions of these systems are considered. In the classical approach to the configuration of the first type we get Reissner-Nordstrom metric. In the quantum description of

this system we are obtained the wave function, which corresponds to a stable state of a charged black hole with continuous mass spectrum.

For the second type of configuration we consider the final state of the classical gravitational collapse of a scalar field, when a black hole is formed, with the scalar field inside the horizon of the black hole. In the quantum approach, the wave function for the collapsing scalar field experiencing an unlimited number of variations, when radial variable approaches to the center. This indicates that the scalar field is not form stable states in this model, and it experiences unlimited gravitational collapse.

Факультет фізики, електроніки та комп'ютерних систем

Кафедра теоретичної фізики

## КЛАСИЧНІ ТА КВАНТОВІ МОДЕЛІ ГРАВІТАЦІЙНОГО КОЛАПСУ У ЗАГАЛЬНІЙ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ

Виконавець: студент групи КФ-15м-1 Миронін Дмитро  
Вікторович.

Керівник: д. ф.-м. н., проф. Гладуш В.Д.

**Дипломна робота:** 28с., 5 рис., 10 джерел.

**Об'єкт дослідження:** взаємодіючі гравітаційне та електромагнітне поля, а також гравітаційне та безмасове скалярне поля, що зазнають гравітаційний колапс.

**Мета роботи:** дослідити класичні та квантові аспекти еволюції взаємодіючих електромагнітного і гравітаційного полів та безмасового скалярного і гравітаційного полів.

**Одержані висновки та їх новизна:** У дипломній роботі для взаємодіючих електромагнітного та гравітаційного полів у сферично-симетричному просторі побудовані та досліджені інтеграли руху. Ці результати перенесені на квантовий випадок, побудована система операторних рівнянь для хвильової функції, яким вона повинна задовольняти та отримано її розв'язок. Одержана хвильова функція відповідає стабільним станам зарядженої чорній діри з безперервним спектром мас.

У випадку взаємодіючих гравітаційного та безмасового скалярного полів розглянуто конфігураційний простір і побудована його метрика, яка виявилася конформно-плоскою. Досліджені геометричні характеристики цього простору. Побудовано квантове рівняння Девітта для скалярного поля, що колапсує. Знайдена відповідна хвильової функція, яка зазнає необмежене число коливань при наближенні радіальної координати до центру. Це вказує на те, що в рамках даної моделі скалярне поле не утворює стабільних станів і зазнає необмежений гравітаційний колапс.

**Перелік ключових слів:** ГРАВІТАЦІЙНИЙ КОЛАПС, ЧОРНА ДІРА, ГРАВІТАЦІЙНЕ ПОЛЕ, ЕЛЕКТРОМАГНІТНЕ ПОЛЕ, СКАЛЯРНЕ ПОЛЕ, ХВИЛЬОВА ФУНКЦІЯ.

# Зміст

<b>Вступ . . . . .</b>	<b>6</b>
<b>1 Огляд літератури . . . . .</b>	<b>7</b>
1.1 Частинка у зовнішньому магнітному полі . . . . .	7
<b>2 Постановка задачі дипломоної роботи . . . . .</b>	<b>8</b>
<b>3 Гравітаційне та електромагнітне поля . . . . .</b>	<b>9</b>
3.1 Дія для гравітаційного поля . . . . .	9
<b>4 Гравітаційне та скалярне поле . . . . .</b>	<b>10</b>
4.1 Геометричні властивості конфігураційного простору . . . . .	10
<b>Висновки . . . . .</b>	<b>11</b>
<b>Література . . . . .</b>	<b>12</b>
<b>Додаток А . . . . .</b>	<b>13</b>
<b>Додаток Б . . . . .</b>	<b>14</b>

# Вступ

*Здесь содержится постановка задачи без использования формул, даются ссылки на соответствующую литературу. Тут же указывается её теоретическое и практическое значение.*

Явище гравітаційного колапсу є дуже цікавим наслідком передбачуваним загальною теорією відносності. Під гравітаційним колапсом розуміють незворотне стиснення матерії під дією власної гравітації та утворення чорної діри. Цього явища можуть зазнавати також поля. У даній роботі розглядаються питання формування чорної діри всередині якої (Т-область) знаходяться окрім гравітаційного поля ще електромагнітне або скалярне поля. Розглядається еволюція взаємодіючих скалярного і гравітаційного або електромагнітного і гравітаційного полів. Будуються класичні та квантові моделі гравітаційного колапсу взаємодіючих полів, досліджуються фізичні наслідки запропонованих моделей та вивчаються часткові випадки.

# 1 Огляд літератури

*Здесь делается обзор литературы по теме, с приведением достаточно подробных вычислений.*

## 1.1 Частинка у зовнішньому магнітному полі

Рівні Ландау – енергетичні рівні для зарядженої частинки в магнітному полі. Вперше отримані як розв’язки рівняння Шредінгера для зарядженої частинки в магнітному полі Ландау в 1930 році. Розв’язком цієї задачі є хвильові функції електрона в гармонічному потенціалі [1, 2].

## 2 Постановка задачі дипломоної роботи

*Здесь приводится формулировка задачи, используя материал обзорного раздела.*

В цій роботі розглядається стан кварк-глюонної плазми за скінченної температури у зовнішньому магнітному полі.

Метою данної роботи є:

- побудова хвильових функцій частинки;
- знаходження спектру енергії при заданих зовнішніх умовах;
- виявлення струмових аномалій.

Для цього передбачається введення поправки для нульової компоненти імпульсу у вигляді хімічного потенціалу.



### 3 Гравітаційне та електромагнітне поля

*В оригинальных разделах даётся решение конкретной задачи по теме работы. Вычисления следует приводить с подробностью, большей, чем принята в монографической литературе и журнальных статьях. В то же время стиль изложения материала должен соответствовать общепотребляемому в монографической литературе и журнальных статьях.*

#### 3.1 Дія для гравітаційного поля

Розглянемо заряджену чорну діру, яка утворюється сферично симетричною конфігурацією взаємодіючих електромагнітного та гравітаційних полів.

В цьому випадку скалярну кривину можна представити у вигляді

$$R\sqrt{-g} = \sqrt{hg} \left( -2 - \frac{2R}{g} R' (\ln(hR))' + \frac{2R}{h} R_{,0} \{ \ln(gR) \}_{,0} \right) \sin \theta + (\operatorname{div} V) \sin \theta. \quad (1)$$

В дипломній роботі розглядається динамічна, внутрішня область чорної діри, Т-область. Відповідно з узагальненою теоремою Біркгоффа, в Т-області ми можемо обрати таку систему координат у якій метричні коефіцієнти залежать тільки від часу [6]. Тому в (1) залишаємо залежність тільки від часу і дія для вільного гравітаційного поля в Т-області має вид

$$S_g = -\frac{c^3}{16\pi k} \int \sqrt{hg} \left( -2 + \frac{2R}{h} R_{,0} (\ln(gR))_{,0} \right) \sin \theta d^4 x. \quad (2)$$

Ця формула дуже гарна і використовується в подальших розрахунках.

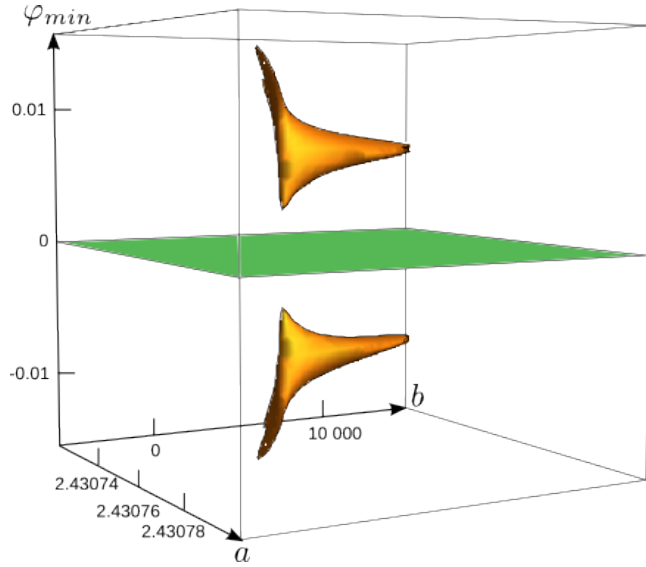
## 4 Гравітаційне та скалярне поле

### 4.1 Геометричні властивості конфігураційного простору

Для того щоб дослідити геометричні властивості простору у змінних  $\omega$ ,  $\lambda$ ,  $\phi$  знайдемо компоненти тензору кривизни для метрики. Враховуючи результати підрзділу 3.1, отримуємо, що скалярна кривизна набуває такого вигляду:

$$R = -\frac{1}{4}e^{-\omega}. \quad (3)$$

На Рис. 1 зображено довірча область для потоку народженого поля.



**Рис. 1:** Довірча область для потоку народженого поля.

Докладний розрахунок цього наведено у Додатках А і Б.

**Табл. 1:** Параметри, які використовувались в моделюванні

Lattice	$\beta_c$	$T_c$ , MeV	$\beta$	$T$ , MeV
$4 \times 16^3$	5.6917 [3]	260 [4]	6.0	367.7
$8 \times 32^3$	6.061 [5]		6.37	368.5

Параметри, які використовувались в моделюванні, з посиланнями на літературу наведені в Табл. 1.

## Висновки

*Здесь формулируются результаты работы, их значение и перспективы дальнейших исследований по теме.*

Розглянута задача класичного та квантового опису сферично-симетричної системи гравітаційного та електромагнітного полів. У класичному випадку одержуємо метрику Рейснера-Нордстрема. У квантовому підході одержана хвильова функція :

$$\psi(x, y, \varphi) = C \sqrt{\frac{y}{-2\mu y + y^2 + \sigma^2}} \sqrt{x} J_1(u) e^{(iql\varphi)/(c\hbar)}.$$

Вона відповідає стабільним станам зарядженої чорної діри з безперервним спектром мас. Розглянута також задача колапсуючого безмасового скалярного сферично-симетричного поля у класичному і квантовому підходах. У квантовому випадку отримано хвильову функцію

$$\Psi = (C_1 Y_{2\nu}(2i\chi R) + C_2 J_{2\nu}(2i\chi R)) e^{\nu\phi},$$

де  $\nu = imcl/\hbar$ . Ця хвильова функція при наближенні до центру зазнає необмежене число коливань. Це вказує на те, що в рамках даної моделі скалярне поле не утворює стабільних станів і зазнає необмежений гравітаційний колапс.

## Література

- [1] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика: В 10 тт.: Т. 3: Квантовая механика: Нерелятивистская теория: Учебное пособие для вузов (под ред. Пятаевского Л. П.) Изд. 6-е, испр. –М.: Физматлит, 2004.
- [2] Физическая энциклопедия / Гл. ред. А. М. Прохоров. Ред. кол.: Д. М. Алексеев, А. М. Балдин, А. М. Бонч-Бруевич, А. С. Боровик-Романов и др. –М.: Большая Российская энциклопедия. Т. 2.
- [3] M. Fukugita, M. Okawa and A. Ukawa, “Finite Size Scaling Study of the Deconfining Phase Transition in Pure SU(3) Lattice Gauge Theory,” Nucl. Phys. B **337**, 181 (1990).
- [4] G. Boyd, J. Engels, F. Karsch, E. Laermann, C. Legeland, M. Lutgemeier and B. Petersson, “Thermodynamics of SU(3) lattice gauge theory,” Nucl. Phys. B **469**, 419 (1996) [hep-lat/9602007].
- [5] V. G. Bornyakov, A. G. Kononenko and V. K. Mitrjushkin, “Thermal monopoles in lattice QCD,” PoS ConfinementX , 048 (2012).
- [6] Бронников К. А., Рубин С. Г. Лекции по гравитации и космологии. Учебное пособие. М.: МИФИ, 2008.

## Додаток А

*Сюда выносятся громоздкие вычисления, коды программ и т.п.*

## Додаток Б