

Додаток А1.

Контрольна робота №1

Варіант №1

1. Знайти дійсну частину комплексного числа $\left(\frac{1+2i^{36}}{3-4i^{73}}\right)$.
2. Знайти уявну частину комплексного числа $\left(\frac{-i^{432}+\frac{1}{3}}{-1-i}\right)^3$.
3. Знайти модуль комплексного числа $\frac{1}{2}i^{10} + \frac{2}{3}i^8 + \frac{3}{4}i^6 + \frac{4}{5}i^4$.
4. Знайти аргумент комплексного числа $\frac{(-3+i^{101})^2}{i-i^2+i^{-3}}$.
5. З'ясувати, які множини точок на комплексній площині задовольняють нерівності $|z-i| + |z+i| < 4$.
6. Розв'язати рівняння $z^3 = -1$ та позначити розв'язки на комплексній площині.
7. Обчислити: $\sqrt[6]{-1}$.
8. З'ясувати, яка крива на комплексній площині записана рівнянням $\operatorname{Re} \frac{1}{z} = \frac{1}{a}$, ($a > 0$)

Контрольна робота №1

Варіант №2

1. Знайти дійсну частину комплексного числа $\left(5-4i+\frac{3}{2}\right)^2$.
2. Знайти уявну частину комплексного числа $\left(\frac{\frac{1}{2}-i^{34}}{i-i^7}\right)^3$.
3. Знайти модуль комплексного числа $\frac{-i}{5} + \left(\frac{i^{157}}{1+i}\right)^3$.
4. Знайти аргумент комплексного числа $\left(\frac{2+3i}{i}\right)^3$.
5. З'ясувати, які множини точок на комплексній площині задовольняють нерівності $\operatorname{Re} \frac{1}{z} < \frac{1}{2}$.
6. Розв'язати рівняння $z^6 = 64$ та позначити розв'язки на комплексній площині.
7. Обчислити: $\sqrt[5]{-i}$.
8. З'ясувати, яка крива на комплексній площині записана рівнянням $\operatorname{Im} \frac{z-1}{z+1} = 0$

Контрольна робота №1

Варіант №3

1. Знайти дійсну частину комплексного числа $\frac{1}{i} - \frac{1-i}{1+i} - \frac{2}{1-3i}$.
2. Знайти уявну частину комплексного числа $\left(\frac{1+2i^{36}}{3-4i^{73}}\right)$.
3. Знайти модуль комплексного числа $\frac{1}{i^5+2i^4-3i^3+4i^2-5i}$.
4. Знайти аргумент комплексного числа $\left(\frac{i+1}{-\frac{1}{i}+2}\right)^2$.
5. З'ясувати, які множини точок на комплексній площині задовольняють нерівності $|z-2| - |z+2| < 2$.
6. Розв'язати рівняння $z^7 + 1 = 0$ та позначити розв'язки на комплексній площині.
7. Обчислити: $\sqrt[7]{i}$.
8. З'ясувати, яка крива на комплексній площині записана рівнянням $\operatorname{Re} \frac{z-1}{z+1} = 0$

Контрольна робота №1

Варіант №4

1. Знайти дійсну частину комплексного числа $\frac{1 + 2i^2 - 3i^3 + 4i^4 - 5i^5}{10}$.
2. Знайти уявну частину комплексного числа $\frac{1}{2}i^{10} + \frac{2}{3}i^8 + \frac{3}{4}i^6 + \frac{4}{5}i^4$.
3. Знайти модуль комплексного числа $\left(\frac{-i^{432} + \frac{1}{3}}{-1 - i}\right)^3$.
4. Знайти аргумент комплексного числа $\frac{i^{222} + 2}{-i} - \frac{-10}{1 - 2i}$.
5. З'ясувати, які множини точок на комплексній площині задовольняють нерівності $|z + 1| < |1 - z|$.
6. Розв'язати рівняння $z^8 = 1 + i$ та позначити розв'язки на комплексній площині.
7. Обчислити: $\sqrt[3]{125i}$.
8. З'ясувати, яка крива на комплексній площині записана рівнянням $\operatorname{Re} \frac{z - a}{z + a} = 0$

Контрольна робота №1

Варіант №5

1. Знайти дійсну частину комплексного числа $\left(\frac{\frac{1}{2} - i^{34}}{i - i^7}\right)^3$.
2. Знайти уявну частину комплексного числа $\left(5 - 4i + \frac{3}{2}\right)^2$.
3. Знайти модуль комплексного числа $\frac{(-3 + i^{101})^2}{i - i^2 + i^{-3}}$.
4. Знайти аргумент комплексного числа $\frac{-i}{5} + \left(\frac{i^{157}}{1 + i}\right)^3$.
5. З'ясувати, які множини точок на комплексній площині задовольняють нерівності $0 < \arg \frac{i - z}{z + i} < \frac{\pi}{2}$.
6. Розв'язати рівняння $\bar{z} = z^3$ та позначити розв'язки на комплексній площині.
7. Обчислити: $\sqrt[3]{64i^5}$.
8. З'ясувати, яка крива на комплексній площині записана рівнянням $\operatorname{Re} \frac{z - 2}{z + 2} = 0$

Контрольна робота №1

Варіант №6

1. Знайти дійсну частину комплексного числа $\frac{1}{7}i + (i^2 + 2i^5 - 3i^{90})^2$.
2. Знайти уявну частину комплексного числа $\frac{1}{i} - \frac{1 - i}{1 + i} - \frac{2}{1 - 3i}$.
3. Знайти модуль комплексного числа $\left(\frac{1 + 2i^{36}}{3 - 4i^{73}}\right)$.
4. Знайти аргумент комплексного числа $\frac{1 + i^{67}}{3} - \frac{i^{214}}{1 + 2i}$.
5. З'ясувати, які множини точок на комплексній площині задовольняють нерівності $\operatorname{Re}(z(1 - i)) < \sqrt{2}$.
6. Розв'язати рівняння $|z| - z = 1 + 2i$ та позначити розв'язки на комплексній площині.
7. Обчислити: $\sqrt[8]{-i^9}$.
8. З'ясувати, яка крива на комплексній площині записана рівнянням $\operatorname{Im} \frac{z - 2}{z + 2} = 0$

Контрольна робота №1

Варіант №7

1. Знайти дійсну частину комплексного числа $\frac{1}{2}i^{10} + \frac{2}{3}i^8 + \frac{3}{4}i^6 + \frac{4}{5}i^4$.
2. Знайти уявну частину комплексного числа $\frac{1 + 2i^2 - 3i^3 + 4i^4 - 5i^5}{10}$.

- Знайти модуль комплексного числа $\frac{i^{222} + 2}{-i} - \frac{-10}{1 - 2i}$.
- Знайти аргумент комплексного числа $\left(\frac{-i^{432} + \frac{1}{3}}{-1 - i}\right)^3$.
- З'ясувати, які множини точок на комплексній площині задовольняють нерівності $\frac{\pi}{4} < \arg(z + i) < \frac{\pi}{2}$.
- Розв'язати рівняння $z^8 + 2\sqrt{3}z^4 + 4 = 0$ та позначити розв'язки на комплексній площині.
- Обчислити: $\sqrt{1 - i\sqrt{3}}$.
- З'ясувати, яка крива на комплексній площині записана рівнянням $\operatorname{Re} \frac{1}{z} = \frac{1}{a}$, ($a > 0$)

Контрольна робота №1

Варіант №8

- Знайти дійсну частину комплексного числа $\frac{2i - 3 + \frac{i}{i^{109}}}{-1 + i^{33}}$.
- Знайти уявну частину комплексного числа $\frac{-i}{5} + \left(\frac{i^{157}}{1 + i}\right)^3$.
- Знайти модуль комплексного числа $\left(5 - 4i + \frac{3}{2}\right)^2$.
- Знайти аргумент комплексного числа $\frac{1}{i^5 + 2i^4 - 3i^3 + 4i^2 - 5i}$.
- З'ясувати, які множини точок на комплексній площині задовольняють нерівності $|z| > 1 - \operatorname{Re} z$.
- Розв'язати рівняння $z^2 + i = 0$ та позначити розв'язки на комплексній площині.
- Обчислити: $\sqrt[4]{-64}$.
- З'ясувати, яка крива на комплексній площині записана рівнянням $\operatorname{Re} \frac{z - 3}{z + 3} = 0$

Контрольна робота №1

Варіант №9

- Знайти дійсну частину комплексного числа $\frac{(1 + i)(3 - 2i)}{-i + \frac{2}{i}}$.
- Знайти уявну частину комплексного числа $\frac{1}{7}i + (i^2 + 2i^5 - 3i^{90})^2$.
- Знайти модуль комплексного числа $\left(\frac{i + 1}{-\frac{1}{i} + 2}\right)^2$.
- Знайти аргумент комплексного числа $\left(\frac{1 + 2i^{36}}{3 - 4i^{73}}\right)$.
- З'ясувати, які множини точок на комплексній площині задовольняють нерівності $\operatorname{Re} z^4 > \operatorname{Im} z^4$.
- Розв'язати рівняння $z^6 - 4z^3 + 8 = 0$ та позначити розв'язки на комплексній площині.
- Обчислити: $\sqrt[3]{i - 1}$.
- З'ясувати, яка крива на комплексній площині записана рівнянням $\operatorname{Im} \frac{z - 5}{z + 5} = 0$

Контрольна робота №1

Варіант №10

- Знайти дійсну частину комплексного числа $\frac{1 + i^{67}}{3} - \frac{i^{214}}{1 + 2i}$.
- Знайти уявну частину комплексного числа $\frac{(1 + i)(3 - 2i)}{-i + \frac{2}{i}}$.
- Знайти модуль комплексного числа $\frac{1 + 2i^2 - 3i^3 + 4i^4 - 5i^5}{10}$.
- Знайти аргумент комплексного числа $\frac{1}{i} - \frac{1 - i}{1 + i} - \frac{2}{1 - 3i}$.

- З'ясувати, які множини точок на комплексній площині задовольняють нерівності $|z - 1| + |z + 1| < 3$.
- Розв'язати рівняння $z^3 = -1$ та позначити розв'язки на комплексній площині.
- Обчислити: $\sqrt[5]{32i}$.
- З'ясувати, яка крива на комплексній площині записана рівнянням $\operatorname{Re} \frac{z-4}{z+4} = 0$

Контрольна робота №1

Варіант №11

- Знайти дійсну частину комплексного числа $\frac{-i}{5} + \left(\frac{i^{157}}{1+i}\right)^3$.
- Знайти уявну частину комплексного числа $\frac{2i-3+\frac{i}{i^{109}}}{-1+i^{33}}$.
- Знайти модуль комплексного числа $\left(\frac{\frac{1}{2}-i^{34}}{i-i^7}\right)^3$.
- Знайти аргумент комплексного числа $\left(5-4i+\frac{3}{2}\right)^2$.
- З'ясувати, які множини точок на комплексній площині задовольняють нерівності $|z-i|+|z+i|<4$.
- Розв'язати рівняння $z^6=64$ та позначити розв'язки на комплексній площині.
- Обчислити: $\sqrt[3]{1-i}$.
- З'ясувати, яка крива на комплексній площині записана рівнянням $\operatorname{Re} \frac{1}{z} = \frac{1}{a}$, ($a > 0$)

Контрольна робота №1

Варіант №12

- Знайти дійсну частину комплексного числа $\left(\frac{2+3i}{i}\right)^3$.
- Знайти уявну частину комплексного числа $\left(\frac{i+1}{-\frac{1}{i}+2}\right)^2$.
- Знайти модуль комплексного числа $\frac{1}{7}i + (i^2 + 2i^5 - 3i^{90})^2$.
- Знайти аргумент комплексного числа $\frac{(1+i)(3-2i)}{-i+\frac{2}{i}}$.
- З'ясувати, які множини точок на комплексній площині задовольняють нерівності $\operatorname{Re} \frac{1}{z} < \frac{1}{2}$.
- Розв'язати рівняння $z^7 + 1 = 0$ та позначити розв'язки на комплексній площині.
- Обчислити: $\sqrt[3]{8-6i}$.
- З'ясувати, яка крива на комплексній площині записана рівнянням $\operatorname{Im} \frac{z-1}{z+1} = 0$

Контрольна робота №1

Варіант №13

- Знайти дійсну частину комплексного числа $\frac{i^{432} - i^{987}}{i^{234} + i^{789}} - 1$.
- Знайти уявну частину комплексного числа $\frac{i^{222} + 2}{-i} - \frac{-10}{1-2i}$.
- Знайти модуль комплексного числа $\frac{2i-3+\frac{i}{i^{109}}}{-1+i^{33}}$.
- Знайти аргумент комплексного числа $\frac{1+2i^2-3i^3+4i^4-5i^5}{10}$.
- З'ясувати, які множини точок на комплексній площині задовольняють нерівності $|z-2|-|z+2|<2$.
- Розв'язати рівняння $z^8 = 1+i$ та позначити розв'язки на комплексній площині.
- Обчислити: $\sqrt[3]{8-6i}$.

8. З'ясувати, яка крива на комплексній площині записана рівнянням $\operatorname{Re} \frac{z-1}{z+1} = 0$

Контрольна робота №1

Варіант №14

1. Знайти дійсну частину комплексного числа $\left(\frac{-i^{432} + \frac{1}{3}}{-1-i} \right)^3$.
2. Знайти уявну частину комплексного числа $\frac{(-3 + i^{101})^2}{i - i^2 + i^{-3}}$.
3. Знайти модуль комплексного числа $\frac{1 + i^{67}}{3} - \frac{i^{214}}{1 + 2i}$.
4. Знайти аргумент комплексного числа $\left(\frac{\frac{1}{2} - i^{34}}{i - i^7} \right)^3$.
5. З'ясувати, які множини точок на комплексній площині задовольняють нерівності $|z+1| < |1-z|$.
6. Розв'язати рівняння $\bar{z} = z^3$ та позначити розв'язки на комплексній площині.
7. Обчислити: $\sqrt[6]{-i^{21}}$.
8. З'ясувати, яка крива на комплексній площині записана рівнянням $\operatorname{Re} \frac{z-a}{z+a} = 0$

Контрольна робота №1

Варіант №15

1. Знайти дійсну частину комплексного числа $\frac{1}{i^5 + 2i^4 - 3i^3 + 4i^2 - 5i}$.
2. Знайти уявну частину комплексного числа $\left(\frac{2+3i}{i} \right)^3$.
3. Знайти модуль комплексного числа $\frac{i^{432} - i^{987}}{i^{234} + i^{789}} - 1$.
4. Знайти аргумент комплексного числа $\frac{1}{7}i + (i^2 + 2i^5 - 3i^{90})^2$.
5. З'ясувати, які множини точок на комплексній площині задовольняють нерівності $0 < \arg \frac{i-z}{z+i} < \frac{\pi}{2}$.
6. Розв'язати рівняння $|z| - z = 1 + 2i$ та позначити розв'язки на комплексній площині.
7. Обчислити: $\sqrt[4]{i + \sqrt{3}}$.
8. З'ясувати, яка крива на комплексній площині записана рівнянням $\operatorname{Re} \frac{z-2}{z+2} = 0$

Контрольна робота №1

Варіант №16

1. Знайти дійсну частину комплексного числа $\left(\frac{i+1}{-\frac{1}{i}+2} \right)^2$.
2. Знайти уявну частину комплексного числа $\frac{1 + i^{67}}{3} - \frac{i^{214}}{1 + 2i}$.
3. Знайти модуль комплексного числа $\frac{1}{i} - \frac{1-i}{1+i} - \frac{2}{1-3i}$.
4. Знайти аргумент комплексного числа $\frac{2i-3 + \frac{i}{i^{109}}}{-1 + i^{33}}$.
5. З'ясувати, які множини точок на комплексній площині задовольняють нерівності $\operatorname{Re}(z(1-i)) < \sqrt{2}$.
6. Розв'язати рівняння $z^8 + 2\sqrt{3}z^4 + 4 = 0$ та позначити розв'язки на комплексній площині.
7. Обчислити: $\sqrt[7]{i^{37}}$.
8. З'ясувати, яка крива на комплексній площині записана рівнянням $\operatorname{Im} \frac{z-2}{z+2} = 0$

Контрольна робота №1

Варіант №17

1. Знайти дійсну частину комплексного числа $\frac{(-3 + i^{101})^2}{i - i^2 + i^{-3}}$.
2. Знайти уявну частину комплексного числа $\frac{1}{i^5 + 2i^4 - 3i^3 + 4i^2 - 5i}$.
3. Знайти модуль комплексного числа $\frac{(1 + i)(3 - 2i)}{-i + \frac{2}{i}}$.
4. Знайти аргумент комплексного числа $\frac{i^{432} - i^{987}}{i^{234} + i^{789}} - 1$.
5. З'ясувати, які множини точок на комплексній площині задовольняють нерівності $\frac{\pi}{4} < \arg(z + i) < \frac{\pi}{2}$.
6. Розв'язати рівняння $z^2 + i = 0$ та позначити розв'язки на комплексній площині.
7. Обчислити: $\sqrt[7]{(1 - i)^5}$.
8. З'ясувати, яка крива на комплексній площині записана рівнянням $\operatorname{Re} \frac{1}{z} = \frac{1}{a}$, ($a > 0$)

Контрольна робота №1

Варіант №18

1. Знайти дійсну частину комплексного числа $\frac{i^{222} + 2}{-i} - \frac{-10}{1 - 2i}$.
2. Знайти уявну частину комплексного числа $\frac{i^{432} - i^{987}}{i^{234} + i^{789}} - 1$.
3. Знайти модуль комплексного числа $\left(\frac{2 + 3i}{i}\right)^3$.
4. Знайти аргумент комплексного числа $\frac{1}{2}i^{10} + \frac{2}{3}i^8 + \frac{3}{4}i^6 + \frac{4}{5}i^4$.
5. З'ясувати, які множини точок на комплексній площині задовольняють нерівності $|z| > 1 - \operatorname{Re} z$.
6. Розв'язати рівняння $z^6 - 4z^3 + 8 = 0$ та позначити розв'язки на комплексній площині.
7. Обчислити: $\sqrt[5]{(-1 - \sqrt{3}i)^3}$.
8. З'ясувати, яка крива на комплексній площині записана рівнянням $\operatorname{Re} \frac{z - 3}{z + 3} = 0$

Додаток А2.

Контрольна робота №2

Варіант №1

1. Знайти значення наступних функцій $\operatorname{Arctg} \frac{i}{3}$.
2. Обчислити значення виразу i^i .
3. Для заданого рівняння $\sin z = \frac{4i}{3}$ знайти усі його розв'язки і відобразити ці розв'язки на комплексній площині.
4. З'ясувати, чи є функція $z \operatorname{Re} z$ аналітичною.
5. Знайти похідну $f(z) = e^{\operatorname{ch} z}$ та розкласти результат на дійсну та уявну частини.
6. Відновити функцію $f(z) = U(x, y) + iV(x, y)$ за відомою дійсною частиною $U(x, y) = 2e^x \cos y$, враховуючи додаткову умову $f(\pi i) = -2$.

Контрольна робота №2

Варіант №2

1. Знайти значення наступних функцій $\sin(5 - i)$.
2. Обчислити значення виразу $1^{\sqrt{2}}$.
3. Для заданого рівняння $\sin z = \frac{5}{3}$ знайти усі його розв'язки і відобразити ці розв'язки на комплексній площині.
4. З'ясувати, чи є функція $z\bar{z}$ аналітичною.
5. Знайти похідну $f(z) = \sin(2e^z)$ та розкласти результат на дійсну та уявну частини.
6. Відновити функцію $f(z) = U(x, y) + iV(x, y)$ за відомою уявною частиною $V(x, y) = 2e^x \sin y$, враховуючи додаткову умову $f(\pi i) = -2$.

Контрольна робота №2

Варіант №3

1. Знайти значення наступних функцій $\operatorname{Ln}(-1)$.
2. Обчислити значення виразу 1^{-i} .
3. Для заданого рівняння $\cos z = \frac{3i}{4}$ знайти усі його розв'язки і відобразити ці розв'язки на комплексній площині.
4. З'ясувати, чи є функція $x^2 - 2iy$ аналітичною.
5. Знайти похідну $f(z) = \sin z \operatorname{ch} z - i \cos z \operatorname{sh} z$ та розкласти результат на дійсну та уявну частини.
6. Відновити функцію $f(z) = U(x, y) + iV(x, y)$ за відомою дійсною частиною $U(x, y) = \sin(y + 1) \operatorname{sh} x$.

Контрольна робота №2

Варіант №4

1. Знайти значення наступних функцій $\operatorname{Arcsin} i$.
2. Обчислити значення виразу $(1 + i)^i$.
3. Для заданого рівняння $\cos z = \frac{3 + i}{4}$ знайти усі його розв'язки і відобразити ці розв'язки на комплексній площині.
4. З'ясувати, чи є функція z^4 аналітичною.
5. Знайти похідну $f(z) = ze^{-z}$ та розкласти результат на дійсну та уявну частини.

6. Відновити функцію $f(z) = U(x, y) + iV(x, y)$ за відомою уявною частиною $V(x, y) = 2 \sin y \operatorname{ch} x - 2xy$.

Контрольна робота №2

Варіант №5

1. Знайти значення наступних функцій $\operatorname{Arctg}(1 + i)$.
2. Обчислити значення виразу 2^{1-i} .
3. Для заданого рівняння $\operatorname{tg} z = \frac{5i}{3}$ знайти усі його розв'язки і відобразити ці розв'язки на комплексній площині.
4. З'ясувати, чи є функція $\frac{1}{z^2}$ аналітичною.
5. Знайти похідну $f(z) = \frac{e^z}{z}$ та розкласти результат на дійсну та уявну частини.
6. Відновити функцію $f(z) = U(x, y) + iV(x, y)$ за відомою дійсною частиною $U(x, y) = -4xy - y$, враховуючи додаткову умову $f(i) = -2i$.

Контрольна робота №2

Варіант №6

1. Знайти значення наступних функцій $\operatorname{Arccos} 2i$.
2. Обчислити значення виразу $(-2)^{\sqrt{2}}$.
3. Для заданого рівняння $\operatorname{ctg} z = -\frac{3i}{5}$ знайти усі його розв'язки і відобразити ці розв'язки на комплексній площині.
4. З'ясувати, чи є функція $\cos(iz - 1)$ аналітичною.
5. Знайти похідну $f(z) = \frac{z \cos z}{1 + z^2}$ та розкласти результат на дійсну та уявну частини.
6. Відновити функцію $f(z) = U(x, y) + iV(x, y)$ за відомою уявною частиною $V(x, y) = \cos(y + 1) \operatorname{ch} x$.

Контрольна робота №2

Варіант №7

1. Знайти значення наступних функцій $\operatorname{Ln} 2$.
2. Обчислити значення виразу $e^{1+i\frac{\pi}{4}}$.
3. Для заданого рівняння $\operatorname{sh} z = \frac{i}{2}$ знайти усі його розв'язки і відобразити ці розв'язки на комплексній площині.
4. З'ясувати, чи є функція $\cos z$ аналітичною.
5. Знайти похідну $f(z) = \operatorname{tg} z$ та розкласти результат на дійсну та уявну частини.
6. Відновити функцію $f(z) = U(x, y) + iV(x, y)$ за відомою дійсною частиною $U(x, y) = e^x(x \cos y - y \sin y)$, враховуючи додаткову умову $f(0) = 0$.

Контрольна робота №2

Варіант №8

1. Знайти значення наступних функцій $\operatorname{Arctg} \frac{i}{3}$.
2. Обчислити значення виразу $(-3 - 4i)^i$.
3. Для заданого рівняння $\operatorname{ch} z = \frac{1}{2}$ знайти усі його розв'язки і відобразити ці розв'язки на комплексній площині.
4. З'ясувати, чи є функція $\sin z$ аналітичною.
5. Знайти похідну $f(z) = \operatorname{ctg} z$ та розкласти результат на дійсну та уявну частини.

6. Відновити функцію $f(z) = U(x, y) + iV(x, y)$ за відомою уявною частиною $V(x, y) = 2x^2 - 2y^2 + x$.

Контрольна робота №2

Варіант №9

1. Знайти значення наступних функцій $\operatorname{Ln}(2 - 3i)$.
2. Обчислити значення виразу $(1 + i)^i$.
3. Для заданого рівняння $\sin z = \frac{4i}{3}$ знайти усі його розв'язки і відобразити ці розв'язки на комплексній площині.
4. З'ясувати, чи є функція $z \operatorname{Re} z$ аналітичною.
5. Знайти похідну $f(z) = \frac{e^z + 1}{e^z - 1}$ та розкласти результат на дійсну та уявну частини.
6. Відновити функцію $f(z) = U(x, y) + iV(x, y)$ за відомою дійсною частиною $U(x, y) = x^3 + 6x^2y - 3xy^2 - 2y^3$, враховуючи додаткову умову $f(0) = 0$.

Контрольна робота №2

Варіант №10

1. Знайти значення наступних функцій $\operatorname{Arctg}(1 + i)$.
2. Обчислити значення виразу $(-2)^{\sqrt{2}}$.
3. Для заданого рівняння $\sin z = \frac{5}{3}$ знайти усі його розв'язки і відобразити ці розв'язки на комплексній площині.
4. З'ясувати, чи є функція $z\bar{z}$ аналітичною.
5. Знайти похідну $f(z) = \frac{1}{\operatorname{tg} z + \operatorname{ctg} z}$ та розкласти результат на дійсну та уявну частини.
6. Відновити функцію $f(z) = U(x, y) + iV(x, y)$ за відомою уявною частиною $V(x, y) = x^3 - 3xy^2$, враховуючи додаткову умову $f(0) = 1$.

Контрольна робота №2

Варіант №11

1. Знайти значення наступних функцій $\cos(1 + i)$.
2. Обчислити значення виразу $(1 + i)^i$.
3. Для заданого рівняння $\cos z = \frac{3i}{4}$ знайти усі його розв'язки і відобразити ці розв'язки на комплексній площині.
4. З'ясувати, чи є функція $x^2 - 2iy$ аналітичною.
5. Знайти похідну $f(z) = (e^z - e^{-z})^{-2}$ та розкласти результат на дійсну та уявну частини.
6. Відновити функцію $f(z) = U(x, y) + iV(x, y)$ за відомою дійсною частиною $U(x, y) = e^x(x \cos y - y \sin y)$, враховуючи додаткову умову $f(0) = 0$.

Контрольна робота №2

Варіант №12

1. Знайти значення наступних функцій $\operatorname{Arccos} 6$.
2. Обчислити значення виразу i^i .
3. Для заданого рівняння $\cos z = \frac{3 + i}{4}$ знайти усі його розв'язки і відобразити ці розв'язки на комплексній площині.
4. З'ясувати, чи є функція z^4 аналітичною.
5. Знайти похідну $f(z) = \frac{\cos z}{\cos z - \sin z}$ та розкласти результат на дійсну та уявну частини.

6. Відновити функцію $f(z) = U(x, y) + iV(x, y)$ за відомою уявною частиною $V(x, y) = 2e^x \sin y$, враховуючи додаткову умову $f(\pi i) = -2$.

Контрольна робота №2

Варіант №13

1. Знайти значення наступних функцій $\operatorname{Arcsin} i$.
2. Обчислити значення виразу 1^{-i} .
3. Для заданого рівняння $\operatorname{tg} z = \frac{5i}{3}$ знайти усі його розв'язки і відобразити ці розв'язки на комплексній площині.
4. З'ясувати, чи є функція $\frac{1}{z^2}$ аналітичною.
5. Знайти похідну $f(z) = \frac{e^z}{z}$ та розкласти результат на дійсну та уявну частини.
6. Відновити функцію $f(z) = U(x, y) + iV(x, y)$ за відомою дійсною частиною $U(x, y) = -4xy - y$, враховуючи додаткову умову $f(i) = -2i$.

Контрольна робота №2

Варіант №14

1. Знайти значення наступних функцій $\sin(5 - i)$.
2. Обчислити значення виразу $e^{1+i\frac{\pi}{4}}$.
3. Для заданого рівняння $\operatorname{ctg} z = -\frac{3i}{5}$ знайти усі його розв'язки і відобразити ці розв'язки на комплексній площині.
4. З'ясувати, чи є функція $\cos(iz - 1)$ аналітичною.
5. Знайти похідну $f(z) = \frac{z \cos z}{1 + z^2}$ та розкласти результат на дійсну та уявну частини.
6. Відновити функцію $f(z) = U(x, y) + iV(x, y)$ за відомою уявною частиною $V(x, y) = \cos(y + 1) \operatorname{ch} x$.

Контрольна робота №2

Варіант №15

1. Знайти значення наступних функцій $\operatorname{Arcctg}(1 + 2i)$.
2. Обчислити значення виразу $(-3 - 4i)^i$.
3. Для заданого рівняння $\operatorname{sh} z = \frac{i}{2}$ знайти усі його розв'язки і відобразити ці розв'язки на комплексній площині.
4. З'ясувати, чи є функція $\cos z$ аналітичною.
5. Знайти похідну $f(z) = \operatorname{tg} z$ та розкласти результат на дійсну та уявну частини.
6. Відновити функцію $f(z) = U(x, y) + iV(x, y)$ за відомою дійсною частиною $U(x, y) = 2e^x \cos y$, враховуючи додаткову умову $f(\pi i) = -2$.

Контрольна робота №2

Варіант №16

1. Знайти значення наступних функцій $\operatorname{Arctg} \frac{i}{3}$.
2. Обчислити значення виразу 1^{-i} .
3. Для заданого рівняння $\operatorname{ch} z = \frac{1}{2}$ знайти усі його розв'язки і відобразити ці розв'язки на комплексній площині.
4. З'ясувати, чи є функція $\sin z$ аналітичною.

5. Знайти похідну $f(z) = \operatorname{ctg} z$ та розкласти результат на дійсну та уявну частини.
6. Відновити функцію $f(z) = U(x, y) + iV(x, y)$ за відомою уявною частиною $V(x, y) = 2x^2 - 2y^2 + x$.

Контрольна робота №2

Варіант №17

1. Знайти значення наступних функцій $\operatorname{Ln}(1 + i)$.
2. Обчислити значення виразу $(-2)^{\sqrt{2}}$.
3. Для заданого рівняння $\cos z = \frac{3+i}{4}$ знайти усі його розв'язки і відобразити ці розв'язки на комплексній площині.
4. З'ясувати, чи є функція z^4 аналітичною.
5. Знайти похідну $f(z) = ze^{-z}$ та розкласти результат на дійсну та уявну частини.
6. Відновити функцію $f(z) = U(x, y) + iV(x, y)$ за відомою дійсною частиною $U(x, y) = \sin(y + 1) \operatorname{sh} x$.

Контрольна робота №2

Варіант №18

1. Знайти значення наступних функцій $\operatorname{Arccos} 2i$.
2. Обчислити значення виразу $(1 + i)^i$.
3. Для заданого рівняння $\operatorname{tg} z = \frac{5i}{3}$ знайти усі його розв'язки і відобразити ці розв'язки на комплексній площині.
4. З'ясувати, чи є функція $\frac{1}{z^2}$ аналітичною.
5. Знайти похідну $f(z) = ze^{-z}$ та розкласти результат на дійсну та уявну частини.
6. Відновити функцію $f(z) = U(x, y) + iV(x, y)$ за відомою уявною частиною $V(x, y) = x^3 - 3xy^2$, враховуючи додаткову умову $f(0) = 1$.

Додаток АЗ.

Контрольна робота №3

Варіант №1

1. Знайти коло та радіус збіжності спенового ряду $\sum_{n=1}^{\infty} n^{\ln n} z^n$.
2. Обчислити $\int_C e^{|z|^2} \operatorname{Re} z dz$, де C — пряма $y = \frac{1}{2}x$, яка з'єднує точки $z_1 = 0$ та $z_2 = 4 + 2i$.
3. Обчислити інтеграл $\int_C \frac{e^z}{(z+i)^5} dz$, де контур $C : |z| = 2$.
4. Розкласти функцію $f(z) = \sin^2 z$ в ряд Тейлора по степеням z .
5. Розкласти функцію $f(z) = \frac{1}{(z-1)(z+2)}$ в ряд Лорана в кільці $1 < |z| < 2$.
6. Знайти особливі точки $f(z) = \frac{z^2 + 1}{z^2 - 1}$.

Контрольна робота №3

Варіант №2

1. Знайти коло та радіус збіжності спенового ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-2i)^n}{n3^n}$.
2. Обчислити $\int_C z dz$, де C — ламана, яка з'єднує точки $A(-2; 0)$, $B(-1; 1)$, $C(1; 1)$ та $D(2; 0)$.
3. Обчислити інтеграл $\int_C \frac{\cos z}{z} dz$, де контур $C : |z+i| = 2$.
4. Розкласти функцію $f(z) = e^z \cos z$ в ряд Тейлора по степеням z .
5. Розкласти функцію $f(z) = \frac{1}{z^2 - 4}$ в ряд Лорана в кільці $0 < |z| < 2$.
6. Знайти особливі точки $f(z) = \frac{1 - \cos z}{z + 1}$.

Контрольна робота №3

Варіант №3

1. Знайти коло та радіус збіжності спенового ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z - e^{i\alpha})^n}{n(1 - e^{i\alpha})^n}$.
2. Обчислити $\int_C \operatorname{Re} z dz$, де C — ламана, яка з'єднує точки $A(0; 0)$, $B(1; 1)$, та $C(2; 1)$.
3. Обчислити інтеграл $\int_C \frac{\cos z}{z(z-2)^2} dz$, де контур $C : |z-2| = 1$.
4. Розкласти функцію $f(z) = \frac{1}{z}$ в ряд Тейлора по степеням $(z-1)$.
5. Розкласти функцію $f(z) = \frac{z+1}{z^2+z-2}$ в ряд Лорана в кільці $1 < |z| < 2$.
6. Знайти особливі точки $f(z) = z - \sin z$.

Контрольна робота №3

Варіант №4

1. Знайти коло та радіус збіжності спенового ряду $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n z^n (\sqrt{n-1} - i)$.
2. Обчислити $\int_C \operatorname{Im} z dz$, де C — ламана, яка з'єднує точки $A(0; 0)$, $B(1; 1)$, та $C(2; 1)$.
3. Обчислити інтеграл $\int_C \frac{\cos z}{z(z-2)^2} dz$, де контур $C : |z-2i| = 1$.
4. Розкласти функцію $f(z) = \ln \sin z$ в ряд Тейлора по степеням $\left(z - \frac{\pi}{2}\right)$.
5. Розкласти функцію $f(z) = \frac{z+1}{z^2+z-2}$ в ряд Лорана в кільці $|z| < 1$.

6. Знайти особливі точки $f(z) = \frac{e^z - 1}{ze^z}$.

Контрольна робота №3

Варіант №5

1. Знайти коло та радіус збіжності спеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3+4i)^n}{n^2} z^{3n}$.
2. Обчислити $\int_{\gamma} z^2 dz$, де γ з'єднує точки $z_1 = 1$ та $z_2 = 1 + i$.
3. Обчислити інтеграл $\int_C \frac{\sin \frac{\pi}{4} z}{z^2 - 1} dz$, де контур $C : |z - 1| = 1$.
4. Розкласти функцію $f(z) = \frac{1 - \cos z}{z^2}$, $z \neq 0$ в ряд Тейлора по степеням z .
5. Розкласти функцію $f(z) = \frac{z + 1}{z^2 + z - 2}$ в ряд Лорана в кільці $|z| > 2$.
6. Знайти особливі точки $f(z) = \frac{\cos z}{z}$.

Контрольна робота №3

Варіант №6

1. Знайти коло та радіус збіжності спеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z - i)^n}{n^2(1 + i)^n}$.
2. Обчислити $\int_C z^3 dz$, де C — дуга параболи $x = y^2$ між точками $z_1 = 0$ та $z_2 = 1 + i$.
3. Обчислити інтеграл $\int_C \frac{\cos z}{(z - i)^2} dz$, де контур $C : |z - 2i| = 2$.
4. Розкласти функцію $f(z) = \frac{1}{z + 2}$ в ряд Тейлора по степеням $(z - 1)$.
5. Розкласти функцію $f(z) = \frac{z}{(z^2 - 4)(z^2 - 1)}$ в ряд Лорана в кільці $1 < |z| < 2$.
6. Знайти особливі точки $f(z) = \sin \frac{1}{1 - z}$.

Контрольна робота №3

Варіант №7

1. Знайти коло та радіус збіжності спеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left(\frac{z - i}{1 + i} \right)^n$.
2. Обчислити $\int_C \frac{1}{z - (1 + i)} dz$, де C — коло $|z - (i + 1)| = 1$.
3. Обчислити інтеграл $\int_C \frac{z + 1}{z(z - 1)^2(z - 3)} dz$, де контур $C : |z| = 2$.
4. Розкласти функцію $f(z) = e^z$ в ряд Тейлора по степеням $(z - 1)$.
5. Розкласти функцію $f(z) = \frac{z}{(2z + 1)(z - 4)}$ в ряд Лорана в кільці $4 < |z| < \infty$.
6. Знайти особливі точки $f(z) = \frac{1 - \cos z}{z^2}$.

Контрольна робота №3

Варіант №8

1. Знайти коло та радіус збіжності спеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1 + i)^n z^n}{(n + 1)(n + 2)}$.
2. Обчислити $\int_0^{\pi i} z \cos z dz$.
3. Обчислити інтеграл $\int_C \frac{e^z}{(z + 1)(z - 3)} dz$, де контур $C : |z - 3| = 2$.
4. Розкласти функцію $f(z) = \sin^2 z$ в ряд Тейлора по степеням z .

5. Розкласти функцію $f(z) = \frac{1}{(z-1)(z+2)}$ в ряд Лорана в кільці $1 < |z| < 2$.
6. Знайти особливі точки $f(z) = \frac{z^2 + 1}{z^2 - 1}$.

Контрольна робота №3

Варіант №9

1. Знайти коло та радіус збіжності спенового ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-1-i)^n}{n2^n}$.
2. Обчислити $\int_C (x-y)dx + i y dy$, де C — коло $|z| = 1$.
3. Обчислити інтеграл $\int_C \frac{\cos z}{z^2 + 2z - 3} dz$, де контур $C : |z| = 2$.
4. Розкласти функцію $f(z) = e^z \cos z$ в ряд Тейлора по степеням z .
5. Розкласти функцію $f(z) = \frac{1}{z^2 - 4}$ в ряд Лорана в кільці $0 < |z| < 2$.
6. Знайти особливі точки $f(z) = \frac{1 - \cos z}{z + 1}$.

Контрольна робота №3

Варіант №10

1. Знайти коло та радіус збіжності спенового ряду $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^{n+1}} (z-1)^n$.
2. Обчислити $\int_0^{2\pi i} e^z \cos z dz$.
3. Обчислити інтеграл $\int_C \frac{\sin z}{(z-2i)^3} dz$, де контур $C : |z| = 3$.
4. Розкласти функцію $f(z) = \frac{1}{z}$ в ряд Тейлора по степеням $(z-1)$.
5. Розкласти функцію $f(z) = \frac{z+1}{z^2 + z - 2}$ в ряд Лорана в кільці $1 < |z| < 2$.
6. Знайти особливі точки $f(z) = z - \sin z$.

Додаток А4.

Контрольна робота №4

Варіант №1

Обчислити інтеграли:

$$\int_{|z|=3} \frac{dz}{z^2 + 4z^3}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)}; \quad \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{\frac{5}{4} - \cos \varphi}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x dx}{x^2 - 2x + 10}.$$

Контрольна робота №4

Варіант №2

Обчислити інтеграли:

$$\int_{|z|=1} \frac{\operatorname{ctg} z dz}{4z - \pi}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 4)^2}; \quad \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 \varphi d\varphi}{10 + 6 \cos \varphi}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 9)}.$$

Контрольна робота №4

Варіант №3

Обчислити інтеграли:

$$\int_{|z|=2} \frac{z^2 dz}{(z^2 + 1)(z + 3)}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^6 + 1}; \quad \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(a + b \cos \varphi)^2}, \quad a, b > 0; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x dx}{x^2 + 9}.$$

Контрольна робота №4

Варіант №4

Обчислити інтеграли:

$$\int_{|z|=1} \frac{\cos z dz}{z^2(z - 2)}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^4}; \quad \int_0^{2\pi} \frac{(\cos \varphi + 1)d\varphi}{\sin \varphi + 2}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x - 1) \sin x dx}{(x^2 + 9)^2}.$$

Контрольна робота №4

Варіант №5

Обчислити інтеграли:

$$\int_{|z|=2} \frac{e^{2z} dz}{z(z - 1)^2(z + 3)}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^3}; \quad \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{\frac{5}{4} - \cos \varphi}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2x dx}{(x^2 + 1)^2}.$$

Контрольна робота №4

Варіант №6

Обчислити інтеграли:

$$\int_{|z|=3} \frac{z^2 dz}{(z - 2)(z^2 + 1)}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^4 + 1}; \quad \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 \varphi d\varphi}{10 + 6 \cos \varphi}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 \cos x dx}{(x^2 + 1)^2}.$$

Контрольна робота №4

Варіант №7

Обчислити інтеграли:

$$\int_{|z-3i|=4} \frac{dz}{e^z - 1}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 1}; \quad \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(a + b \cos \varphi)^2}, \quad a, b > 0; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x + 1) \cos x dx}{x^4 + 5x^2 + 6}.$$

Контрольна робота №4

Варіант №8

Обчислити інтеграли:

$$\int_{|z|=3} \frac{dz}{z^2 + 4z^3}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)}; \quad \int_0^{2\pi} \frac{(\cos \varphi + 1)d\varphi}{\sin \varphi + 2}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin(x/2) dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 9)}.$$

Контрольна робота №4

Варіант №9

Обчислити інтеграли:

$$\int_{|z|=1} \frac{\operatorname{ctg} z dz}{4z - \pi}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 4)^2}; \quad \int_0^{2\pi} \frac{(\cos \varphi + 1)d\varphi}{\sin \varphi + 2}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^2 + 3) \cos 2x dx}{x^4 + 3x^2 + 2}.$$

Контрольна робота №4

Варіант №10

Обчислити інтеграли:

$$\int_{|z|=2} \frac{z^2 dz}{(z^2 + 1)(z + 3)}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^6 + 1}; \quad \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 \varphi d\varphi}{10 + 6 \cos \varphi}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^3 - 2) \cos(x/2) dx}{(x^2 + 1)^2}.$$

Контрольна робота №4

Варіант №11

Обчислити інтеграли:

$$\int_{|z|=1} \frac{\cos z dz}{z^2(z - 2)}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^4}; \quad \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(a + b \cos \varphi)^2}, \quad a, b > 0; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^2 - x) \sin x dx}{x^4 + 9x^2 + 20}.$$

Контрольна робота №4

Варіант №12

Обчислити інтеграли:

$$\int_{|z|=2} \frac{e^{2z} dz}{z(z - 1)^2(z + 3)}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^3}; \quad \int_0^{2\pi} \frac{(\cos \varphi + 1)d\varphi}{\sin \varphi + 2}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \cos x dx}{x^2 - 2x + 17}.$$

Контрольна робота №4

Варіант №13

Обчислити інтеграли:

$$\int_{|z|=3} \frac{z^2 dz}{(z - 2)(z^2 + 1)}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^4 + 1}; \quad \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{\frac{5}{4} - \cos \varphi}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x \sin 2x - \sin x) dx}{(x^2 + 4)^2}.$$

Контрольна робота №4

Варіант №14

Обчислити інтеграли:

$$\int_{|z-3i|=4} \frac{dz}{e^z - 1}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 1}; \quad \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 \varphi d\varphi}{10 + 6 \cos \varphi}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 5x dx}{(x^2 + 1)^2(x^2 + 4)}.$$

Контрольна робота №4

Варіант №15

Обчислити інтеграли:

$$\int_{|z|=3} \frac{dz}{z^2 + 4z^3}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)}; \quad \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(a + b \cos \varphi)^2}, \quad a, b > 0; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^3 \sin x dx}{x^4 + 5x^2 + 4}.$$

Контрольна робота №4

Варіант №16

Обчислити інтеграли:

$$\int_{|z|=1} \frac{\operatorname{ctg} z dz}{4z - \pi}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 4)^2}; \quad \int_0^{2\pi} \frac{(\cos \varphi + 1)d\varphi}{\sin \varphi + 2}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x+1) \sin 2x dx}{x^2 + 2x + 2}.$$

Контрольна робота №4

Варіант №17

Обчислити інтеграли:

$$\int_{|z|=2} \frac{z^2 dz}{(z^2 + 1)(z + 3)}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^6 + 1}; \quad \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{\frac{5}{4} - \cos \varphi}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x dx}{(x^2 + 1)^2}.$$

Контрольна робота №4

Варіант №18

Обчислити інтеграли:

$$\int_{|z|=1} \frac{\cos z dz}{z^2(z-2)}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^4}; \quad \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 \varphi d\varphi}{10 + 6 \cos \varphi}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x dx}{x^2 - 2x + 10}.$$

Контрольна робота №4

Варіант №19

Обчислити інтеграли:

$$\int_{|z|=2} \frac{e^{2z} dz}{z(z-1)^2(z+3)}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^3}; \quad \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(a + b \cos \varphi)^2}, \quad a, b > 0; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \cos x dx}{x^2 - 2x + 10}.$$

Контрольна робота №4

Варіант №20

Обчислити інтеграли:

$$\int_{|z|=3} \frac{z^2 dz}{(z-2)(z^2 + 1)}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^4 + 1}; \quad \int_0^{2\pi} \frac{(\cos \varphi + 1)d\varphi}{\sin \varphi + 2}; \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 2x dx}{(x^2 - x + 1)^2}.$$

Додаток А5.

Вариант 1

1. По заданным точкам $z_1 = 1 - i\sqrt{3}$ и $z_2 = 3 - 2i$ на комплексной плоскости изобразить множество точек z , удовлетворяющих условиям $|z_1 + z_2| < 2$, $\operatorname{Re}(z^2 - z) = 2 + \operatorname{Im} z$.
2. Найти и построить стереографические проекции точек z_1 и z_2 , а также области $2 < |z| \leq 3$.
3. Имеют ли уравнения $z^3 = -1$ и $\left(z - \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 = -1$ общие корни? Какие?
4. Найти и построить образ кривой $y = -x^2$ при отображении $w = \frac{1}{2}\left(z + \frac{1}{z}\right)$.
5. Отобразить область $\{x^2 + (y-1)^2 > 2, y > 0\}$ на верхнюю полуплоскость.
6. Найти сумму $1 + \cos x + \cos 2x + \dots + \cos nx$.
7. Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1}}{n} + \ln \frac{n}{n+1} i \right)$.
8. Разложить функцию $\frac{z^2}{1+z^2}$ в ряд по степеням z и найти радиус сходимости.
9. 4.5.54, 4.5.61.

10. 5.1.45.

11. Исследовать поведение каждой из однозначных ветвей многозначной функции $\frac{2z+3}{1+z-2\sqrt{z}}$ в точке $z=1$ (определить, является точка правильной для соответствующей ветви или особой; в последнем случае указать характер особенности).

12. 5.4.15.

13. Вычислить интегралы:

$$\oint_{|z|=1} \frac{3z^4 - 2z^3 + 5}{z^4} dz, \quad \oint_{|z|=1} \frac{z^2 e^{1/z^2} - 1}{z} dz,$$

$$\oint_{|z|=1} \frac{\operatorname{sh} 3z - \sin 3z}{z^3 \operatorname{sh} 2z} dz, \quad \oint_{|z|=2} \frac{\operatorname{ch} 3z - 1 - \frac{9z^2}{2}}{z^4 \sin \frac{9z}{8}} dz,$$

$$\oint_{|z+i|=3} \left(\frac{4 \sin \frac{\pi z}{4-2i}}{(z-2+i)^2(z-4+i)} + \frac{\pi i}{e^{\pi z/2} + i} \right) dz, \quad \oint_{|z-6|=2} \left(z e^{1/(z-6)} - \frac{2 \operatorname{ch} \frac{\pi i z}{5}}{(z-5)^2(z-3)} \right) dz.$$

14. 5.5.1, 5.6.1, 5.6.21.

15. 6.6.1, 6.7.1.

Вариант 2

- По заданным точкам $z_1 = 3 + i\sqrt{3}$ и $z_2 = 2 + i$ на комплексной плоскости изобразить множество точек z , удовлетворяющих условиям $2 \leq |z_1 + z_2| < 4$, $\operatorname{Re} z + 2 = \operatorname{Im}^2(\overline{z - z_2})$.
- Найти и построить стереографические проекции точек z_1 и z_2 , а также области $1 < |z| \leq 5$.
- Найти корни уравнения $(z - 1 + i)^4 = 16i$ для $\operatorname{Im} z > 0$.
- Найти и построить образ кривой $y = -x - 7$ при отображении $w = \frac{1}{z}$.
- Отобразить область $\{|z| < 1, |z - \sqrt{2}| > 1, \operatorname{Im} z > 0\}$ на верхнюю полуплоскость.
- Найти сумму $\sin x + \sin 2x + \dots + \sin nx$.
- Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{2-n} + \left(\frac{3-2n}{5+2n} \right)^n i \right)$.
- Разложить функцию $\operatorname{Arctg} z$ ($\operatorname{Arctg} 0 = 0$) в ряд по степеням z и найти радиус сходимости.
- 4.5.55, 4.5.62.

10. 5.1.46.

11. Исследовать поведение каждой из однозначных ветвей многозначной функции $\frac{1}{(2+\sqrt{z})\sin(2-\sqrt{z})}$ в точке $z=4$ (определить, является точка правильной для соответствующей ветви или особой; в последнем случае указать характер особенности).

12. 5.4.16.

13. Вычислить интегралы:

$$\oint_{|z|=2} \frac{z - \sin z}{2z^4} dz, \quad \oint_{|z|=1} \frac{z e^{1/z} - z - 1}{z^3} dz,$$

$$\oint_{|z|=0.2} \frac{3\pi z - \sin(3\pi z)}{z^2 - \operatorname{sh}^2(\pi^2 z)} dz, \quad \oint_{|z|=1} \frac{\operatorname{ch} 4z - 1 - 8z^2}{z^4 \sin \frac{8z}{3}} dz,$$

$$\oint_{|z-2i|=2} \left(\frac{2 \cos \frac{\pi z}{2+2i}}{(z-2-2i)^2(z-4-2i)} + \frac{\pi}{e^{\pi z/2} + 1} \right) dz, \quad \oint_{|z-3|=2} \left(z \operatorname{sh} \frac{1}{z-3} - \frac{2 \sin \frac{\pi z}{8}}{(z-2)^2(z-6)} \right) dz.$$

14. 5.5.2, 5.6.2, 5.6.22.

15. 6.6.2, 6.7.2.

Вариант 3

1. По заданным точкам $z_1 = 2 - 2i$ и $z_2 = -2 + 2i$ на комплексной плоскости изобразить множество точек z , удовлетворяющих условиям $|z - z_2| = |z - z_1|$, $0 < \operatorname{Im}(zi) < \operatorname{Re}^2 z$.
2. Найти и построить стереографические проекции точек z_1 и z_2 , а также области $5 > |z| > 3$.
3. Найти корни уравнения $2 \cos z = ie^{-iz} - 2$.
4. Найти и построить образ области $\mathbb{D} : |z + 1 + i| = \sqrt{2}$ при отображении $w = \frac{z+1}{z-1}$.
5. Отобразить область $\{-h < y - x < h, y + x > -h\}$ на верхнюю полуплоскость.
6. Найти сумму $\cos x + \cos 3x + \dots + \cos(2n-1)x$.
7. Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(n+1)! + n!}{(n+1)! - n!} + \frac{i}{3^n} \right)$.
8. Разложить функцию $\operatorname{Arsh} z$ ($\operatorname{Arsh} 0 = 0$) в ряд по степеням z и найти радиус сходимости.
9. 4.5.57, 4.5.63.
10. 5.1.47.
11. Исследовать поведение каждой из однозначных ветвей многозначной функции $\sin \left(\operatorname{ctg} \frac{\operatorname{Ln} z}{4i} \right)$ в точке $z = 1$ (определить, является точка правильной для соответствующей ветви или особой; в последнем случае указать характер особенности).
12. 5.4.17.
13. Вычислить интегралы:

$$\oint_{|z|=2} \frac{\sin z^3}{1 - \cos z} dz, \quad \oint_{|z|=1/2} \frac{2 + 3z^3 - 5z^4}{z^5} dz,$$

$$\oint_{|z|=6} \frac{\operatorname{sh} z - \pi z}{z^2 \sin^2 \frac{\pi z}{6}} dz, \quad \oint_{|z|=0.5} \frac{e^{5z} - 1 - \sin 5z}{z^2 \operatorname{sh} 5z} dz,$$

$$\oint_{|z+5i|=2} \left(\frac{\pi i}{e^{\pi z/2} + i} + \frac{8 \operatorname{ch} \frac{\pi iz}{1-5i}}{(z-1+5i)^2(z-3+5i)} \right) dz, \quad \oint_{|z+4|=2} \left(z \cos \frac{1}{z+4} + \frac{2 \sin \frac{\pi z}{6}}{(z+3)^2(z+1)} \right) dz.$$

14. 5.5.3, 5.6.3, 5.6.23.

15. 6.6.3, 6.7.3.

Вариант 4

1. По заданным точкам $z_1 = -2i$ и $z_2 = 3 - 4i$ на комплексной плоскости изобразить множество точек z , удовлетворяющих условиям $2 < |z + 2i| < 4$, $\operatorname{Re}(1 + z) = \operatorname{Re} z_2 \cdot |z|$.
2. Найти и построить стереографические проекции точек z_1 и z_2 , а также области $|z| < 7$.
3. Найти корни уравнения $(z - 1 - i)^5 = i$, лежащие в круге $|z| < 1$.

4. Найти и построить образ кривой $y = 2x^2$ при отображении $w = \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right)$.
5. Отобразить область $\left\{ \frac{\pi}{4} < \arg z < \frac{3\pi}{4}, z \notin \{\operatorname{Re} z = 0, \operatorname{Im} z \geq 1\} \right\}$ на верхнюю полуплоскость.
6. Найти сумму $\sin x + \sin 3x + \dots + \sin(2n-1)x$.
7. Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^3 + 2n}{1 - 4n^3} + \left(\frac{1 - 3n}{1 + 3n} \right)^{6n} i \right)$.
8. Разложить функцию $\operatorname{Ln}(z^2 - 3 + 2)$ в ряд по степеням z и найти радиус сходимости.
9. 4.5.58, 4.5.64.
10. 5.1.48.
11. Исследовать поведение каждой из однозначных ветвей многозначной функции $\frac{1}{\sqrt{z} + \sqrt[3]{z}}$ в точке $z = 1$ (определить, является точка правильной для соответствующей ветви или особой; в последнем случае указать характер особенности).
12. 5.4.18.
13. Вычислить интегралы:

$$\oint_{|z|=2} \frac{1 - \cos z^2}{z^2} dz, \quad \oint_{|z|=2} z^3 \cos \frac{2i}{z} dz,$$

$$\oint_{|z|=0.5} \frac{e^{2z} - 1 - 2z}{z \operatorname{sh}^2(4iz)} dz, \quad \oint_{|z|=0.1} \frac{\operatorname{ch} z - \cos 3z}{z^2 \sin(5\pi z)} dz,$$

$$\oint_{|z-3i|=2} \left(\frac{2 \cos \frac{\pi z}{1+3i}}{(z-1-3i)^2(z-3-3i)} + \frac{\pi i}{e^{\pi z/2} + i} \right) dz, \quad \oint_{|z-1|=2} \left(ze^{2/(z-1)} + \frac{2 \cos \frac{\pi z}{2}}{(z-2)^2(z-4)} \right) dz.$$
14. 5.5.4, 5.6.4, 5.6.24.
15. 6.6.4, 6.7.4.

Вариант 5

1. По заданным точкам $z_1 = \sqrt{2}(i-1)$ и $z_2 = \sqrt{2} + 4i$ на комплексной плоскости изобразить множество точек z , удовлетворяющих условиям $0 < |z + z_2| \leq 3$, $\operatorname{Im}(z + z_2) = |z| \operatorname{Im} z_1$.
2. Найти и построить стереографические проекции точек z_1 и z_2 , а также области $|z| > 7$.
3. Найти корни уравнения $\left(z + 2 + \frac{i}{2} \right)^6 = i$, лежащие в круге $|z| > 2$.
4. Найти и построить образ кривой $y = 2x + 3$ при отображении $w = \frac{z+1}{z-1}$.
5. Найти сумму $\cos \alpha + \cos(\alpha + \beta) + \dots + \cos(\alpha + n\beta)$.
6. Отобразить область $\{\operatorname{Im} z > 0, z \notin \{|z| = 1, 0 \leq \arg z \leq \alpha < \pi\}\}$ на верхнюю полуплоскость.
7. Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(1 - \frac{2}{n} \right)^{-n} + i \frac{3n^2}{\sqrt{n^2 + 1}} \right)$.
8. Разложить функцию $\int_0^z e^{z^2} dz$ в ряд по степеням z и найти радиус сходимости.
9. 4.5.59, 4.5.65.
10. 5.1.49.

11. Исследовать поведение каждой из однозначных ветвей многозначной функции $\sin \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{z}{z-2}}}$ в точке $z = \infty$ (определить, является точка правильной для соответствующей ветви или особой; в последнем случае указать характер особенности).

12. 5.4.19.

13. Вычислить интегралы:

$$\oint_{|z|=1/3} \frac{4z^5 - 3z^3 + 1}{z^6} dz, \quad \oint_{|z|=3} \frac{z^2 + \cos z}{z^3} dz,$$

$$\oint_{|z|=1} \frac{e^{7z} - \operatorname{ch} 5z}{z \sin(2iz)} dz, \quad \oint_{|z|=2} \frac{\cos 4z - 1 + 8z^2}{z^4 \operatorname{sh} \frac{4z}{3}} dz,$$

$$\oint_{|z+i|=2} \left(\frac{2 \sin \frac{\pi z}{2-2i}}{(z-1+i)^2(z-3+i)} - \frac{3\pi i}{e^{\pi z/2} + i} \right) dz, \quad \oint_{|z-2|=2} \left(z \operatorname{ch} \frac{3}{z-2} + \frac{2 \cos \frac{\pi z}{3}}{(z-3)^2(z-5)} \right) dz.$$

14. 5.5.5, 5.6.5, 5.6.25.

15. 6.6.5, 6.7.5.

Вариант 6

- По заданным точкам $z_1 = 1 + i$ и $z_2 = 2 - i\sqrt{2}$ на комплексной плоскости изобразить множество точек z , удовлетворяющих условиям $|z-2| + |z+2| = 5$, $\operatorname{Re} z_2 \cdot \operatorname{Im}^2 z > \operatorname{Re} z \cdot \operatorname{Re} z_1$.
- Найти и построить стереографические проекции точек z_1 и z_2 , а также области $|z| > 7$.
- Найти корни уравнения $\sin z^2 = -e^{iz^2} + 1$.
- Найти и построить образ кривой $y = x + 7$ при отображении $w = \frac{1}{z}$.
- Отобразить область $\left\{ 0 < \arg z < \frac{\pi}{2}, |z| < 1, z \notin \left\{ \arg z = \frac{\pi}{4}, |z| \leq h, (0 < h < 1) \right\} \right\}$ на верхнюю полуплоскость.
- Найти сумму $\sin \alpha + \sin(\alpha + \beta) + \dots + \sin(\alpha + n\beta)$.
- Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{2n^2 - 3}}{n+1} + in \sin \frac{1}{n} \right)$.
- Разложить функцию $\int_0^z \frac{\sin z}{z} dz$ в ряд по степеням z и найти радиус сходимости.
- 4.5.60, 4.5.66.
- 5.1.50.
- Исследовать поведение каждой из однозначных ветвей многозначной функции $\operatorname{tg} \frac{i}{1 - \sqrt{\frac{z+1}{z}}}$ в точке $z = \infty$ (определить, является точка правильной для соответствующей ветви или особой; в последнем случае указать характер особенности).

12. 5.4.20.

13. Вычислить интегралы:

$$\oint_{|z|=1/3} \frac{1 - 2z^2 + 3z^5}{z^4} dz, \quad \oint_{|z|=1} \frac{e^{iz} - 1}{z^3} dz,$$

$$\oint_{|z|=1} \frac{6z - \sin 6z}{z^2 \operatorname{sh}^2 2z} dz, \quad \oint_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{\operatorname{ch} 3z - \cos 4iz}{z^2 \sin 5z} dz,$$

$$\oint_{|z+6i|=2} \left(\frac{2 \operatorname{sh} \frac{\pi iz}{2-12i}}{(z-1+6i)^2(z-3+6i)} + \frac{\pi i}{e^{\pi z/2} + 1} \right) dz, \quad \oint_{|z-4|=2} \left(z \operatorname{sh} \frac{1}{z-4} + \frac{2 \sin \frac{\pi z}{6}}{(z-3)^2(z-1)} \right) dz.$$

14. 5.5.6, 5.6.6, 5.6.26.

15. 6.6.6, 6.7.6.