

Додаток Б1.

ММФ
Турінов А.М.

Контрольна робота №1
Варіант №1

1. Наступні рівняння звести до канон. форми:

20%

(a) $U_{xx} + 4U_{xy} + 10U_{yy} - 24U_x + 42U_y = 0;$

30%

(b) $xU_{xx} + yU_{yy} = 0, \quad x < 0, \quad y < 0;$

2. Вирішити наступні задачі Штурма-Лиувілля:

10%

(a) Завдання 2:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & 0 \leq x \leq l \\ y'(0) = 0 \\ y'(l) + hy(l) = 0 \end{cases}.$$

15%

(b) Завдання 1:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & 0 \leq x \leq l \\ y(0) = y(l) \\ y'(0) = y'(l) \end{cases}.$$

25%

(c) Завдання 6:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & -l \leq x \leq l \\ y'(l) + hy(l) = 0 \\ -y'(-l) + hy(-l) = 0 \end{cases}.$$

ММФ
Турінов А.М.

Контрольна робота №1
Варіант №2

1. Наступні рівняння звести до канон. форми:

20%

(a) $y^2U_{xx} + 2xyU_{xy} + x^2U_{yy} = 0;$

30%

(b) $xy^2U_{xx} - 2x^2yU_{xy} + x^3U_{yy} - y^2U_x = 0;$

2. Вирішити наступні задачі Штурма-Лиувілля:

10%

(a) Завдання 9:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & 0 \leq x \leq l \\ y'(0) = 0 \\ y(l) = 0 \end{cases}.$$

15%

(b) Завдання 3:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & 0 \leq x \leq l \\ y(l) = 0 \\ -y'(0) + hy(0) = 0 \end{cases}.$$

25%

(c) Завдання 12:
$$\begin{cases} x^2y'' + xy' + \lambda y = 0, & 1 \leq x \leq l \\ y(1) = 0 \\ y(l) = 0 \end{cases}.$$

ММФ
Турінов А.М.

Контрольна робота №1
Варіант №3

1. Наступні рівняння звести до канон. форми:

20%

(a) $xy^2U_{xx} - 2x^2yU_{xy} + x^3U_{yy} - y^2U_x = 0;$

30%

(b) $xU_{xx} + yU_{yy} = 0, \quad x > 0, \quad y > 0;$

2. Вирішити наступні задачі Штурма-Лиувілля:

10%

(a) Завдання 9:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & 0 \leq x \leq l \\ y'(0) = 0 \\ y(l) = 0 \end{cases}.$$

15%

(b) Завдання 4:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & -l \leq x \leq l \\ y'(l) = 0 \\ y'(-l) = 0 \end{cases}.$$

25%

(c) Завдання 11:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & 0 \leq x \leq l \\ -y'(0) + h^2y(0) = 0 \\ y'(l) + h^2y(l) = 0 \end{cases}.$$

1. Наступні рівняння звести до канон. форми:

20% (a) $2U_{xx} + 3U_{xy} + U_{yy} + 7U_x + 4U_y - 9U = 0;$

30% (b) $U_{xx} + yU_{yy} = 0, \quad y < 0;$

2. Вирішити наступні задачі Штурма-Лиувілля:

10% (a) Завдання 13:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & 0 \leq x \leq l \\ y'(0) = 0 \\ y'(l) = 0 \end{cases}.$$

15% (b) Завдання 10:
$$\begin{cases} x^2 y'' + \lambda y = 0, & 1 \leq x \leq l \quad (l > 1) \\ y(1) = 0 \\ y'(l) = 0 \end{cases}.$$

25% (c) Завдання 2:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & 0 \leq x \leq l \\ y'(0) = 0 \\ y'(l) + hy(l) = 0 \end{cases}.$$

1. Наступні рівняння звести до канон. форми:

20% (a) $U_{xx} + yU_{yy} = 0, \quad y < 0;$

30% (b) $U_{xx} - 2 \sin x U_{xy} - \cos^2 x U_{yy} - \cos x U_y = 0;$

2. Вирішити наступні задачі Штурма-Лиувілля:

10% (a) Завдання 8:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & 0 \leq x \leq l \\ y(0) = 0 \\ y(l) = 0 \end{cases}.$$

15% (b) Завдання 7:
$$\begin{cases} \frac{d}{dx}(x^2 y') + \lambda x^2 y = 0, & 0 \leq x \leq l \\ y'(l) + hy(l) = 0 \\ y(0) - \text{ограничено} \end{cases}.$$

25% (c) Завдання 3:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & 0 \leq x \leq l \\ y(l) = 0 \\ -y'(0) + hy(0) = 0 \end{cases}.$$

1. Наступні рівняння звести до канон. форми:

20% (a) $9U_{xx} - 6U_{xy} + U_{yy} + 10U_x - 15U_y - 50U = 0;$

30% (b) $\sin^2 x U_{xx} - 2y \sin x U_{xy} + y^2 U_{yy} = 0;$

2. Вирішити наступні задачі Штурма-Лиувілля:

10% (a) Завдання 9:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & 0 \leq x \leq l \\ y'(0) = 0 \\ y(l) = 0 \end{cases}.$$

15% (b) Завдання 12:
$$\begin{cases} x^2 y'' + xy' + \lambda y = 0, & 1 \leq x \leq l \\ y(1) = 0 \\ y(l) = 0 \end{cases}.$$

25% (c) Завдання 1:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & 0 \leq x \leq l \\ y(0) = y(l) \\ y'(0) = y'(l) \end{cases}.$$

1. Наступні рівняння звести до канон. форми:

20% (a) $U_{xx} + 4U_{xy} + 13U_{yy} + 3U_x + 24U_y - 9U = 0;$

30% (b) $e^{2x}U_{xx} + 2e^{x+y}U_{xy} + e^{2y}U_{yy} - xU = 0;$

2. Вирішити наступні задачі Штурма-Лиувілля:

10% (a) Завдання 2:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & 0 \leq x \leq l \\ y'(0) = 0 \\ y'(l) + hy(l) = 0 \end{cases}.$$

15% (b) Завдання 10:
$$\begin{cases} x^2 y'' + \lambda y = 0, & 1 \leq x \leq l \quad (l > 1) \\ y(1) = 0 \\ y'(l) = 0 \end{cases}.$$

25% (c) Завдання 11:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & 0 \leq x \leq l \\ -y'(0) + h^2 y(0) = 0 \\ y'(l) + h^2 y(l) = 0 \end{cases}.$$

1. Наступні рівняння звести до канон. форми:

20% (a) $y^2 U_{xx} - x^2 U_{yy} = 0;$

30% (b) $y U_{xx} + x U_{yy} = 0, \quad x < 0, \quad y > 0;$

2. Вирішити наступні задачі Штурма-Лиувілля:

10% (a) Завдання 4:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & -l \leq x \leq l \\ y'(l) = 0 \\ y'(-l) = 0 \end{cases}.$$

15% (b) Завдання 6:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & -l \leq x \leq l \\ y'(l) + hy(l) = 0 \\ -y'(-l) + hy(-l) = 0 \end{cases}.$$

25% (c) Завдання 7:
$$\begin{cases} \frac{d}{dx}(x^2 y') + \lambda x^2 y = 0, & 0 \leq x \leq l \\ y'(l) + hy(l) = 0 \\ y(0) - \text{ограничено} \end{cases}.$$

1. Наступні рівняння звести до канон. форми:

20% (a) $U_{xx} - 2U_{xy} + U_{yy} + 9U_x + 9U_y - 9U = 0;$

30% (b) $U_{xx} + xy U_{yy} = 0, \quad x > 0, \quad y > 0;$

2. Вирішити наступні задачі Штурма-Лиувілля:

10% (a) Завдання 13:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & 0 \leq x \leq l \\ y'(0) = 0 \\ y'(l) = 0 \end{cases}.$$

15% (b) Завдання 5:
$$\begin{cases} (x^2 y')' + \lambda x^2 y = 0, & -l \leq x \leq l \\ y'(l) = 0 \\ y'(-l) = 0 \end{cases}.$$

25% (c) Завдання 2:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & 0 \leq x \leq l \\ y'(0) = 0 \\ y'(l) + hy(l) = 0 \end{cases}.$$

1. Наступні рівняння звести до канон. форми:

20% (a) $U_{xx} + U_{xy} - 2U_{yy} - 3U_x - 15U_y + 27U = 0;$

30% (b) $xU_{xx} + yU_{yy} = 0, \quad x > 0, \quad y > 0;$

2. Вирішити наступні задачі Штурма-Лиувілля:

10% (a) Завдання 9:
$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & 0 \leq x \leq l \\ y'(0) = 0 \\ y(l) = 0 \end{cases}.$$

15% (b) Завдання 12:
$$\begin{cases} x^2 y'' + xy' + \lambda y = 0, & 1 \leq x \leq l \\ y(1) = 0 \\ y(l) = 0 \end{cases}.$$

25% (c) Завдання 7:
$$\begin{cases} \frac{d}{dx}(x^2 y') + \lambda x^2 y = 0, & 0 \leq x \leq l \\ y'(l) + hy(l) = 0 \\ y(0) - \text{ограничено} \end{cases}.$$

Додаток Б2.

ММФ
Турінов А.М.

Контрольна робота №2
Варіант №1

Розв'язати наступні рівняння гіперболічного та параболічного типів:

$$\boxed{30\%} \quad (a) \quad \begin{cases} U_{tt} = a^2 U_{xx}. \\ U(0, t) = U(l, t) = 0, \\ U(x, 0) = A \sin \frac{\pi}{l} x, \\ U_t(x, 0) = 0. \end{cases}$$

$$\boxed{35\%} \quad (b) \quad \begin{cases} U_{tt} = U_{xx} - 2U_t + U. \\ U_x(0, t) = U(\pi, t) = 0, \\ U(x, 0) = 0, \\ U_t(x, 0) = x. \end{cases}$$

$$\boxed{35\%} \quad (c) \quad \begin{cases} U_t = a^2 U_{xx}. \\ U(0, t) = U(l, t) = 0, \\ U(x, 0) = \begin{cases} x, & 0 < x \leq \frac{l}{2}, \\ l - x, & \frac{l}{2} \leq x < l. \end{cases} \end{cases}$$

ММФ
Турінов А.М.

Контрольна робота №2
Варіант №2

Розв'язати наступні рівняння гіперболічного та параболічного типів:

$$\boxed{30\%} \quad (a) \quad \begin{cases} U_{tt} = a^2 U_{xx}. \\ U(0, t) = U_x(l, t) = 0, \\ U(x, 0) = \sin \frac{5\pi}{2l} x, \\ U_t(x, 0) = \cos \frac{\pi}{2l} x. \end{cases}$$

$$\boxed{35\%} \quad (b) \quad \begin{cases} U_{tt} = a^2 U_{xx}. \\ U_x(0, t) = U_x(l, t) = 0, \\ U(x, 0) = x, \\ U_t(x, 0) = 1. \end{cases}$$

$$\boxed{35\%} \quad (c) \quad \begin{cases} U_t = a^2 U_{xx}. \\ U(0, t) = U(l, t) = 0, \\ U(x, 0) = \frac{cx(l-x)}{l^2}. \end{cases}$$